

### I. IDENTIFIKASI MATA KULIAH

1. Nama Mata Kuliah : Kalkulus Lanjut
2. Kode Mata Kuliah :
3. Bobot SKS : 3 SKS
4. Semester :
5. Jurusan : Pendidikan Matematika
6. Jumlah Pertemuan Per Semester : 48 Jam Pertemuan / 16 Minggu
7. Dosen Pembina :
8. Sifat : Wajib
9. Kuliah Prasyarat : Geometri Analitik, Kalkulus I dan Kalkulus II.
10. Jumlah Mahasiswa : Disesuaikan
11. Tujuan Kurikuler : Mahasiswa mampu memahami konsep generalisasi dari konsep kalkulus diferensial dan integral pada matematika dan menerapkan pengetahuan yang dipelajari dengan masalah-masalah yang berkaitan.
12. Perhitungan Nilai Akhir :  $\frac{1 \times UTS + 1 \times UAS}{2}$
13. Kriteria Penilaian :

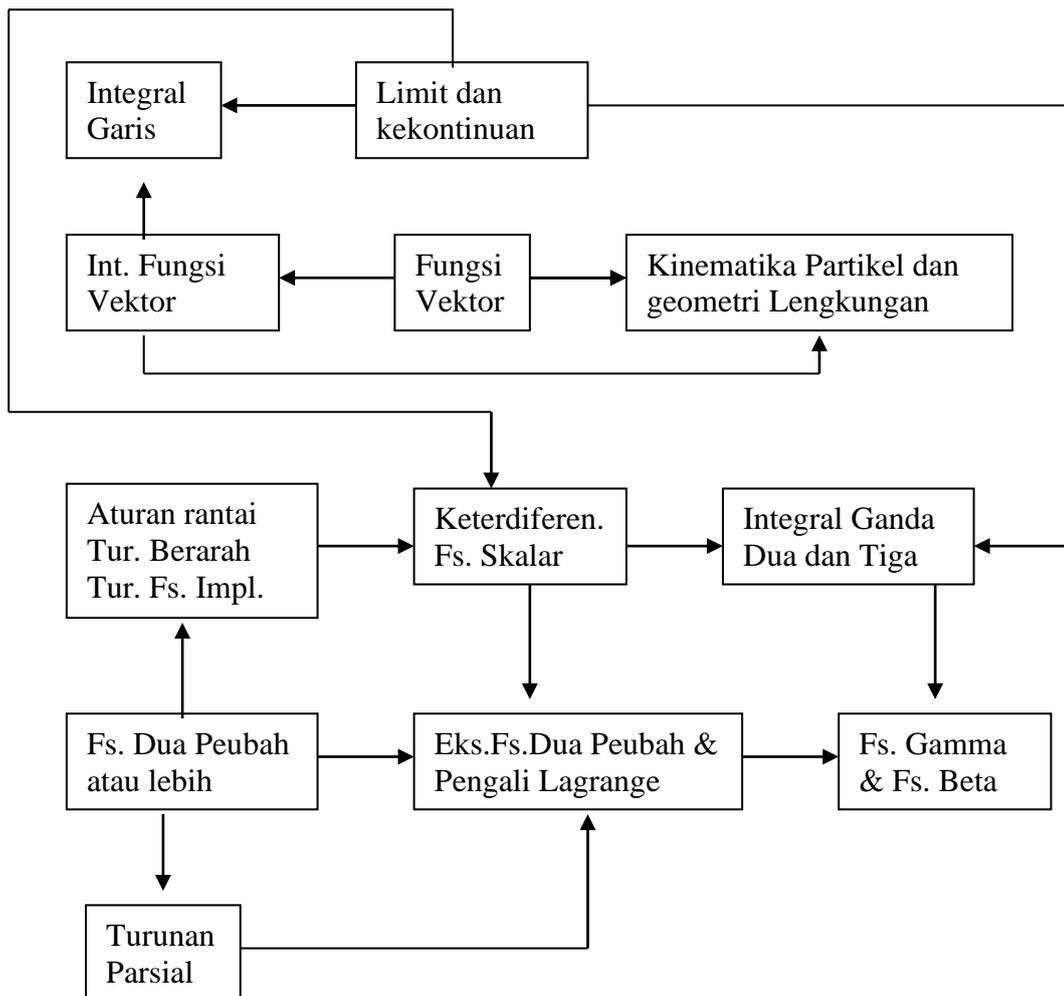
N. Huruf	N angka	IP
A	8,0-10	4
B	6,6-7,9	3
C	5,6-6,5	2
D	4,0-5,5	1
E	0,0-4,0	0

## II. POKOK BAHASAN, TIU DAN SUB POKOK BAHASAN

No (1)	Pokok Bahasan (2)	TIU (3)	Sub Pokok Bahasan (4)
1.	Kurva di bidang & ruang, fungsi vektor beserta operasinya	Memahami kurva di bidang dan ruang dan mampu menyelesaikannya yang berkaitan dengan fungsi vektor.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kurva di bidang &amp; ruang</li> <li>2. Fungsi vektor beserta operasinya.</li> </ol>
2.	Kinematika partikel dan geometri lengkungan.	Memahami pengertian kinematika partikel dan geometri lengkungan dan mampu menyelesaikannya.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kinematika partikel di bidang dan ruang.</li> <li>2. Geometri lengkungan di ruang.</li> </ol>
3.	Fungsi dua peubah atau lebih	Memahami konsep dua peubah dan permukaan derajat dua serta mampu menyelesaikannya.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Konsep dua peubah</li> <li>2. Permukaan derajat dua di ruang.</li> <li>3. Lengkungan ketinggian.</li> </ol>
4.	Turunan parsial	Memahami turunan parsial dan mampu menyelesaikannya sampai turunan parsial kedua.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Turunan parsial</li> <li>2. Bidang singgung pada permukaan</li> <li>3. Turunan parsial kedua</li> </ol>
5.	Limit dan kekontinuan fungsi	Memahami limit fungsi & kekontinuan serta mampu menyelesaikannya.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Limit fungsi</li> <li>2. Kekontinuan fungsi</li> </ol>
6.	Keterdiferensialan fungsi skalar	Memahami diferensial fungsi skalar dan diferensial total serta mampu menyelesaikannya	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Fungsi skalar terdiferensialkan</li> <li>2. Diferensial total dari fungsi skalar.</li> </ol>
7.	Aturan rantai, turunan berarah dan turunan implisit.	Memahami turunan rantai, turunan berarah dan turunan implisit serta mampu menyelesaikannya	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aturan rantai</li> <li>2. Turunan berarah.</li> <li>3. Turunan implisit.</li> </ol>
8.	Nilai ekstrim fungsi dua peubah, pengali Lagrange	Memahami nilai ekstrim fungsi dua peubah dan metode Lagrange serta mampu menyelesaikannya.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ekstrim fungsi dua peubah dan penggunaannya.</li> <li>2. Metode pengali Lagrange.</li> </ol>

9.	Integral fungsi vektor	Memahami integral fungsi vektor dan mampu menyelesaikannya.	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Konsep integral fungsi vektor.</li><li>2. Rumus-rumus integral fungsi vektor.</li></ol>
10.	Integral Garis	Memahami integral garis dan mampu menyelesaikannya serta mengaplikasikannya.	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Integral garis.</li><li>2. Menghitung integral garis.</li></ol>
11.	Integral ganda	Memahami pengertian integral ganda dan mampu menyelesaikannya, serta dapat memecahkan masalah-masalah nyata yang berkaitan	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Integral ganda dua.</li><li>2. Integral ganda tiga</li><li>3. Integral ganda dua dengan integral berulang.</li><li>4. Integral ganda tiga dengan integral berulang.</li></ol>
12.	Fungsi Gamma dan Fungsi Beta.	Memahami fungsi gamma distribusi gamma serta fungsi beta dan distribusi fungsi beta.	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Fungsi Gamma</li><li>2. Distribusi fungsi gamma</li><li>3. Distribusi fungsi beta.</li></ol>

III. SKEMA HUBUNGAN ANTARA POKOK BAHASAN DALAM KALKULUS LANJUT



#### IV. ALOKASI PERTEMUAN (TATAP MUKA)

No	Pokok Bahasan	Minggu ke
1.	Kurva di bidang dan ruang, fungsi vektor beserta operasinya.	1
2.	Kinematika partikel dan geometri lengkungan	2
3.	Fungsi dua peubah atau lebih	3
4	Turunan parsial	4
5	Limit dan kekontinuan fungsi	5
6	Keterdiferensialan fungsi skalar	6
7	UTS	7
8	Aturan rantai, turunan berarah dan turunan implisit.	8,9
9	Nilai ekstrim fungsi dua peubah	10
10	Integral fungsi vektor	11
11	Integral garis	12
12	Integral ganda dua dan tiga	13
13	Fungsi gamma dan fungsi beta	14, 15
14	UAS	16

Atau

No	Pokok bahasan	Jumlah Jam Pertemuan
1	Kurva di bidang dan ruang, fungsi vektor beserta operasinya.	3 Jam
2	Kinematika partikel dan geometri lengkungan.	3 Jam
3	Fungsi dua peubah atau lebih.	3 Jam
4	Turunan parsial	3 Jam
5	Limit dan kekontinuan fungsi.	3 Jam
6	Keterdiferensialan fungsi skalar	3 Jam
7	Turan rantai, turunan berarah dan turunan implisit.	6 Jam
8	Nilai ekstrim fungsi dua peubah	3 Jam
9	Integral fungsi vektor	3 Jam
10	Integral garis	3 Jam
11	Integral ganda dua dan tiga	3 Jam
12	Fungsi gamma dan fungsi beta.	6 Jam
Jumlah		42 Jam
Catatan : UTS		3 Jam
UAS		3 Jam
Total Pertemuan		48 Jam

#### V. MATRIKS KEGIATAN BELAJAR MENGAJAR

Pokok Bahasan	TIU	Sasaran Belajar	Bentuk Pengajaran	Alat Bantu Pengajaran	Latihan	Bahan Bacaan
I	II	III	IV	V	VI	VII

**A. I. KURVA DI BIDANG DAN RUANG FUNGSI VEKTOR BESERTA OPERASINYA.**

- II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)  
Memahami kurva di bidang dan ruang dan mampu menyelesaikannya yang berkaitan dengan fungsi vektor.
- II. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus  
Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:
1. Menyatakan kurva di bidang sebagai fungsi vektor.
  2. Menyatakan kurva di ruang sebagai fungsi vektor.
  3. Menyelidiki kesamaan fungsi vektor di  $R^n$ .
  4. Melakukan operasi aljabar dari fungsi vektor di  $R^n$ .
  5. Melakukan operasi perkalian fungsi real dengan fungsi vektor.
- IV. Bentuk Pengajaran  
Klasikal
- V. Alat Bantu Mengajar  
Papan tulis, kapur, penghapus papan.
- VI. Latihan
1. Diketahui fungsi vektor di bidang  
 $F(t) = (2\cos t)i - (2\sin t)j, t \in [0, 2\pi]$   
Nyatakan kurva di bidang sebagai fungsi vektor (Gambar grafiknya)
  2. Nyatakan lingkaran yang berpusat di titik  $(0,0,0)$  berjari-jari 4 satuan dan terletak pada bidang  $y = 1/3\sqrt{x}$  sebagai fungsi vektor di ruang.
  3. Selidiki kesamaan fungsi vektor berikut.  
 $G(t) = (-\sin 2t)i + (\cos 2t)j; -1/4 \pi \leq t \leq 1/4 \pi$   
 $H(t) = (\sin t)i + (\cos t)j; -1/2 \pi \leq t \leq 1/2 \pi$
  4. Diketahui fungsi vektor :  
 $F(t) = (\sin t)i + (\cos t)j + tk; t \in R$   
 $G(t) = (\cos t)i - (\sin t)j + e^{-t}k; t \in R$   
Tentukan fungsi  $F + G$  dan  $F \times G$ .
  5. Jika  $F(t) = (\sin 2t)i + (\cos t)j + e^{-t}k; t \in R$  dan  $g(t) = \ln t$ . Tentukan fungsi  $gF$
- VII. Bahan Bacaan
- a. Buku Wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko Martono, 1990, ITB Bandung.
  - b. Buku Penunjang :

**B. I KINEMATIKA PARTIKEL DAN GEOMETRI LENGKUNGAN**

- II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)  
Memahami pengertian kinematika partikel dan geometri lengkungan dan mampu menyelesaikannya.
- III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus  
Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat :]
1. Membedakan persamaan gerakan partikel gerak linear, gerak lingkaran, gerak pada elips dan gerak pada heliks lingkaran.
  2. Mengubah persamaan vektor dari suatu gerakan partikel ke dalam bentuk persamaan koordinat kartesius.
  3. Menggambarkan lintasan partikel
  4. Menentukan vektor singgung satuan, vektor normal satuan, vektor binormal dan persamaan oskulasi.
- IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan.

VI. Latihan

1. Yang manakah berikut yang merupakan persamaan gerakan partikel gerak linear, gerak lingkaran, gerak pada elips dan gerak pada heliks lingkaran?
  - a.  $X(t) = (a \cos f(t))i + (a \sin f(t))j, a > 0$
  - b.  $X(t) = P + f(t)Q$
  - c.  $X(t) = (a \cos w(t))i + (a \sin w(t))j + bwtk, a$  dan  $b$  konstanta  $a > 0$  dan  $b, w \neq 0$
  - d.  $X(t) = (a \cos f(t))i + (b \sin f(t))j, a > 0$
2. Diketahui persamaan gerak partikel  
 $F(t) = 3i + (t-1)^2j + (t^2 - 2t + 2)k, 0 \leq t \leq 2$   
Tuliskan persamaan dalam sistem koordinat kartesius.
3. Diketahui persamaan gerak partikel  
 $F(t) = 3i + (t-1)^2j + (t^2 - 2t + 2)k, 0 \leq t \leq 2$   
Gambar lintasan partikelnya.
4. Diketahui suatu partikel bergerak di ruang dengan persamaan  
 $X(t) = (\cos t)i + (-\sin t)j + (e^{-t})k, t \in \mathbb{R}$   
Tentukan :
  - a. vektor singgung satuan
  - b. vektor normal satuan
  - c. vektor binormal
  - d. Persamaan bidang oskulasi di titik  $X = (1, 0, 1)$

VII. Bahan Bacaan

- a. Buku wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko Martono, 1990, ITB Bandung.
- b. Buku Penunjang :

### C.I. FUNGSI DUA PEUBAH ATAU LEBIH

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami konsep dua peubah dan permukaan derajat dua serta mampu menyelesaikannya .

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:

1. Menuliskan definisi fungsi dua peubah
2.
  - a. Menentukan daerah definisi fungsi
  - b. Menentukan daerah nilai fungsi.
  - c. Menggambarkan daerah definisi.
3.
  - a. Menggambarkan keluarga lengkungan ketinggian fungsi.
  - b. Menggambarkan grafik fungsi dua peubah.

IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

VI. Latihan

1. Tuliskan definisi fungsi dua peubah
2. Diketahui fungsi dua peubah

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{\ln(x+y)}$$

- a. Tentukan daerah definisi fungsi
  - b. Tentukan daerah nilai fungsi
  - c. Gambarkan daerah definisi fungsi.
3. Diberikan fungsi  $f(x,y) = x^2 + y$
- a. Gambarkan keluarga lengkung ketinggian fungsi
  - b. Gambarkan grafik fungsi dua peubah

VII. Bahan Bacaan

- a. Buku Wajib : Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik, Martono, 1990, ITB Bandung.
- b. Buku Penunjang :

**D.I. TURUNAN PARSIAL**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami turunan parsial dan mampu menyelesaikannya sampai turunan parsial kedua.

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menentukan turunan parsial pertama dari suatu fungsi
2. Menentukan vektor gradien dari suatu fungsi.
3. Menentukan turunan parsial kedua dari fungsi dua peubah.

IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

VI. Latihan

1. Tentukan turunan parsial pertama dari fungsi  $f(x,y) = e^{2x+3y}$
2. Diketahui fungsi  $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$   
Tentukan vektor gradien dari  $f$  di  $X = (x,y) \in D$  dan vektor gradien dari  $f$  di  $A = (1,-1)$
3. Tentukan turunan parsial kedua dari fungsi dua peubah  $Z = f(x,y) = xe^y + ye^x$

VII. Bahan Bacaan :

- a. Buku Wajib : Kalkulus Lanjut, Koko Marton, 1990 ITB Bandung.
- b. Buku Penunjang :

**E.I. LIMIT DAN KEKONTINUAN FUNGSI**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami limit fungsi dan kekontinuan fungsi serta mampu menyelesaikannya

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:

1. Membuktikan limit suatu fungsi yang diketahui
2. Menghitung suatu limit
3. Menyelidiki kekontinuan fungsi

IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan.

VI. Latihan

1. a. Buktikan  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} (3x + 2y) = 7$   
b. Buktikan  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} (x^2 + y^2) = 2$

2. hitunglah

a.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{\frac{x^2 + 3xy^3 + 9}{4 + x^2 + y^2}}$

b.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \tan^{-1} \sqrt{x^2 + y^2}$

3. Selidiki kekontinuan fungsi berikut pada daerah definisinya.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

VII. Bahan Bacaan

- a. Buku Wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko Martono, 1990, ITB Bandung
- b. Buku Penunjang :

**F.I. KETERDIFERENSIALAN FUNGSI SKALAR**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami diferensial fungsi skalar dan diferensial total serta mampu menyelesaikannya.

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menyelidiki keterdiferensialan suatu fungsi pada daerah definisinya.
2. Menunjukkan ketidakdiferensialan pada suatu titik tertentu dari suatu fungsi yang diketahui.
3. Menunjukkan kekontinuan dan mempunyai turunan persial di titik tertentu tetapi tidak terdiferensialkan pada titik tersebut.
4. Menghitung diferensial total dari suatu fungsi

IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

VI. Latihan

1. Selidiki apakah fungsi  $f(x,y) = \tan^{-1}xy$  terdiferensialkan pada daerah definisinya.
2. Tunjukkan bahwa fungsi

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^4}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Tunjukkan bahwa fungsi

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

kontinu dan mempunyai turunan parsial di (0,0) tetapi  $\neq$  terdiferensialkan di (0,0).

4. Hitung diferensial total (df) dari  $f(x, y) = xy^2 - 2x$

IV. Bahan Bacaan

- a. Buku Wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko Martono, 1990, ITB Bandung
- b. Buku Penunjang :

**G.I. ATURAN RANTAI, TURUNAN BERARAH DAN TURUNAN IMPLISIT**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami aturan rantai, turunan berarah dan turunan implisit serta mampu menyelesaikannya .

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa dapat:

1. Menyelesaikan turunan dengan menggunakan aturan rantai.
2. Membuktikan suatu kesamaan dengan menggunakan aturan rantai.
3. Menghitung turunan berarah suatu fungsi sepanjang suatu kurva di bidang pada titik tertentu
4. Menghitung turunan berarah suatu fungsi sepanjang suatu kurva diruang pada titik tertentu
5. Menentukan fungsi turunan pertama (dx/dy dan dy/dx) dari bentuk implisit.

IV. Bentuk pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

VI. Latihan

1. Diketahui  $z = f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$  ;  $x = x(t) = \cos t$ ;  $y = y(t) = \sin t$   
Dengan menggunakan aturan rantai, tentukan  $z'(t) = dz/dt$
2. Diketahui fungsi  $u = f(x + at) + g(x - at)$  ; a konstanta  
Jika f dan g terdiferensialkan pada  $R^2$ ,  
Buktikan :  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$
3. a. Tentukan turunan berarah dari fungsi  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$  sepanjang lingkaran  $x^2 + y^2 = 25$  di titik (3, -4)  
b.  $f(x, y, z) = xy + xz + yz^2$  sepanjang kurva C;  
 $F(t) = (\cos t)i + (2\cos 2t)j + 2e^k$  di titik (1, 2, 2)
4. Tentukan fungsi turunan pertama dy/dx dan dx/dy dari bentuk implisit  $x^2 + 2xy^2 - y^3 = 2$

VII. Bahan Bacaan :

- a. Buku Wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko Martono, 1990, ITB Bandung
- b. Buku Penunjang :

## H I. NILAI EKSTRIM FUNGSI DUA PEUBAH, PENGALI LAGRANGE

### II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami nilai ekstrim fungsi dua peubah dan metode Lagrange serta mampu menyelesaikannya.

### III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat :

1. a. Menentukan semua titik stasioner dari suatu fungsi.  
b. Menentukan jenis titik stasioner dari suatu fungsi.
2. Menggunakan aturan nilai ekstrim fungsi dua peubah untuk menentukan ukuran suatu benda dipadat.
3. Menggunakan metode pengali Lagrange untuk menentukan jarak dari suatu titik ke suatu kurva.
4. a. Menentukan nilai minimum dari fungsi tiga peubah dengan satu kendala.  
b. Menentukan nilai maksimum dari fungsi tiga peubah dengan satu kendala  
c. Menentukan nilai minimum dari fungsi tiga peubah dengan dua kendala

### IV. Bentuk Pengajaran

Klasikal

### V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan.

### VI. Latihan

1. a. Tentukan semua titik stasioner dari fungsi  
 $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy$ .  
b. Tentukan jenis titik stasioner dari soal bagian a
2. Ingin dibuat sebuah kotak tanpa tutup yang isinya 4 liter. Tentukan ukuran kotak yang luas bahan pembuatnya sekecil mungkin.
3. Tentukan jarak terdekat dari titik (0,3) ke parabola  $x = y^2$ .
4. a. Tentukan nilai minimum dari  
 $L(x,y,z) = xy + 2zx + 2yz$  dengan kendala  
 $G(x,y,z) = xyz - 4 = 0$   
b. Tentukan nilai maksimum dari  
 $f(x,y,z) = 2x + 3y + 5z$  dengan kendala  
 $x^2 + y^2 + z^2 = 19, x,y,z > 0$   
c. Tentukan nilai minimum dari fungsi  
 $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z = 2$  dan  $x + 2y - z = 2$

### VII. Bahan Bacaan :

- a. Buku wajib : Kalkulus Lanjut, Koko Martono, 1990, ITB Bandung
- b. Buku Penunjang :

## I. I. INTEGRAL FUNGSI VEKTOR

### II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami integral fungsi vektor mampu menyelesaikannya.

### III. Sasaran Belajar/ Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat :

## Kalkulus Lanjut

1. Menghitung integral fungsi vektor
2. Menghitung nilai fungsi vektor dengan menerapkan integral fungsi vektor
3. Membuktikan persamaan fungsi vektor dengan menerapkan integral fungsi vektor.

### IV. Bentuk Pengajaran

Klasikal

### V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

### VI. Latihan

1. Hitung integral fungsi vektor berikut.

$$\int_0^1 \left( \frac{e^t}{1+e^t} i + \frac{1}{1+e^t} j + \frac{1-e^t}{1+e^t} k \right) dt$$

2. Diketahui fungsi vektor  $F$  yang memenuhi persamaan  $tF'(t) = F(t) + tA$ ,  $t \geq 0$  dengan  $A$  suatu vektor tetap. Jika  $F(1) = 2A$ , hitunglah  $F(3)$  dinyatakan dengan  $A$ .
3. Jika  $F'(t) = 0$  untuk setiap  $t$  pada selang terbuka  $I$ , buktikan bahwa terdapat vektor  $C$  sehingga  $F(t) = C$  untuk setiap  $t \in I$

### VII. Bahan Bacaan :

- a. Buku wajib : Kalkulus Peubah Banyak, Koko martono, 1990, ITB Bandung.
- b. Buku Penunjang :

## J.I. INTEGRAL GARIS

### II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami integral garis dan mampu menyelesaikannya serta mengaplikasikannya.

### III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:

1. Menghitung integral garis, bila batas-batas integral dan persamaan fungsi diketahui.
2. Menentukan integral garis dengan batas perpotongan dua buah kurva.
3. Menghitung integral dari dua buah titik yang berbeda.

### IV. Bentuk Pengajaran

Klasikal

### V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan.

### V. Latihan

1. Tentukan  $\int_C xy \, dx$ , dengan  $C$  digambarkan oleh  $x = 1 + 2t$ ,  $y = t$ ,  $z = 0$ , untuk  $0 \leq t \leq 2$
2. Tentukan  $\int_C x^2 y \, dx$ , dengan  $C$  adalah perpotongan kurva di atas setengah lingkaran  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  dan bidang  $x = 0$  dengan titik awal  $(0, 1, 0)$ .
3. Selesaikan  $\int_C x^2 y \, dx + (y - z) \, dy + xz \, dz$ , dengan a.
  - a.  $C$  adalah kurva yang digambarkan oleh  $r(t) = i + t^2 j + tk$ ,  $0 \leq t \leq 2$
  - b.  $C$  adalah sepanjang garis  $(1, 0, 0)$  dan  $(1, 4, 2)$

4. Hitunglah  $\int_{(1,1)}^{(4,2)} (x+y)dx + (y-x)dy$
- Sepanjang  $y^2 = x$
  - Garis lurus (1,1) ke (1,2) kemudian dari (1,2) ke (4,2)
  - Garis lurus (1,1) ke (4,2)
5. Tentukan  $\int_C (x^2 + y^2 + z^2) ds$ , dengan C adalah garis – garis yang menghubungkan (0,0,0) dan (1,2,3)

VII. Bahan Bacaan:

- Buku wajib : Analisis Vektor, Rawi M. Caronge, 1987, FMIPA Universitas Negeri Makassar Makassar
- Buku Penunjang :

**K. I. INTEGRAL GANDA DUA DAN TIGA**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami integral ganda dua dan tiga dan mampu menyelesaikannya.

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:

- Menghitung integral ganda dua.
- Menentukan luas daerah dengan menggunakan integral ganda dua.
- Menghitung integral ganda tiga.
- Menghitung volum dengan menggunakan integral gnada tiga.

IV. Bentuk Pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, kapur, penghapus papan

VI. Latihan

- Hitung integral berulang berikut.

a.  $\int_0^1 \int_0^{1-x} x^4 dx dy$

b.  $\int_0^{\pi/4} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2} \cos \theta} r dr d\theta$

- Dengan menggunakan integral ganda dua, tentukan luas daerah R jika

a.  $R = \left\{ P : (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 1/4x^3 \leq y \leq 2 - x^4 \right\}$

b.  $R = \left\{ P : (x, y) \mid -1 \leq x \leq 0, e^x \leq y \leq 2 - e^x \right\}$

- Hitung integral berulang berikut :

a.  $\int_{-3}^7 \int_0^{2x} \int_y^{x-1} dz dy dx$

$$b. \int_0^5 \int_{-2}^4 \int_1^2 6xy^2z^3 dx dy dz$$

4. Gambarkan daerah pejal S yang diberikan dan tulis integral berulang untuk volum V dari S, serta hitunglah V dari soal berikut;
- Daerah yang dibatasi paraboloid  $9x^2 + y^2 - 9z = 0$  dan bidang  $z = 4$ .
  - Daerah dalam oktan pertama yang dibatasi tabung  $y^2 = 4-x$ , bidang-bidang kordinat dan bdang  $2y + z = 4$ .

VII. Bahan Bacaan:

- Buku wajib : Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 2, Edwin J. Purcell, 1989.
- Buku Penunjang :

**L. I. FUNGSI GAMMA DAN FUNGSI  $\beta$**

II. Tujuan Instruksional Umum (TIU)

Memahami fungsi gamma, distribusi gamma, fungsi beta dan distribusin beta serta mampu menyelesaikannya.

III. Sasaran Belajar/Tujuan Instruksional Khusus

Setelah perkuliahan, mahasiswa diharapkan dapat:

- Menuliskan definisi fungsi gamma.
- Menghitung nilai fungsi gamma.
- Menghitung integral tak wajar yang tereduksi ke fungsi gamma.
- Menuliskan fungsi mean dan variansi untuk distribusi  $\beta$ .

IV. Bentuk Pengajaran

Klasikal

V. Alat Bantu Mengajar

Papan tulis, Kapur, penghapus papan.

VI. Latihan

- Tuliskan definisi fungsi gamma
- Hitunglah nilai fungsi gamma berikut
  - $\Gamma(5)$
  - $\Gamma(3\frac{1}{2})$
- Hitunglah
  - $\int_0^{\pi/2} \sin^6 \theta d\theta$
  - $\int_0^{\pi/2} \sin^4 \theta \cos^5 \theta d\theta$
  - $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$
- Variabel random x diketahui berdistribusi  $\beta$  dengan nilai parameter  $p = 3$  dan  $q = 1$ , tentukan mean dan variansinya.

VII. Bahan Bacaan :

- Buku wajib : Kalkulus, Murray R. Spiegel.
- Buku Penunjang :